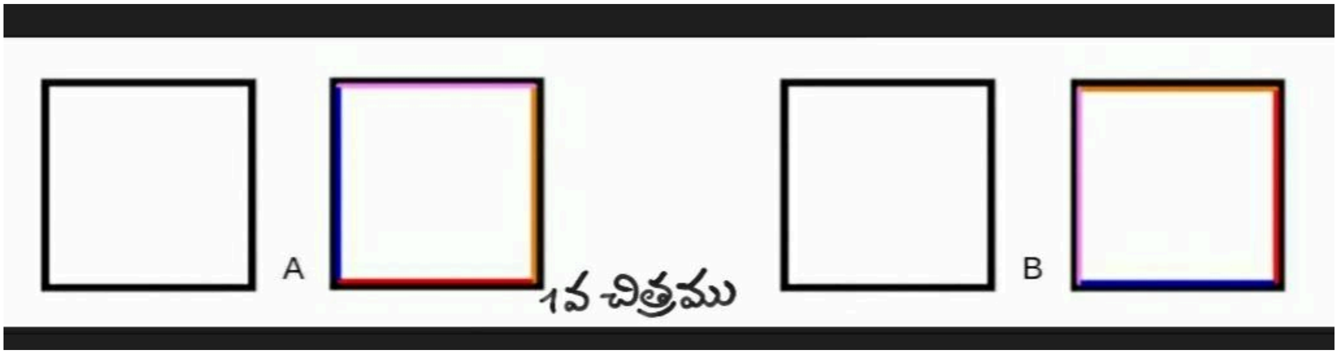
సౌష్ఠవము - 1

*

జెజ్జాల కృష్ణ మోహన రావు

పరిచయము: మనము ఇప్పుడు ఒక చిన్న ప్రయోగమును చేద్దామా? చిత్రము 1Aలో రెండు చతురస్రములు ఉన్నాయి. మొదటిది నలుపు రంగుతో, రెండవది వేఱువేఱు రంగులతో. దానిని ఒక వ్యక్తికి చూపించి అతనిని / ఆమెను బయటికి పొమ్మని చెప్పుదామనుకొండి. ఆవ్యక్తి లేని సమయములో చిత్రము 1Aను 90 డిగ్రీలు త్రిప్పుదాము. పిదప ఆవ్యక్తిని పిలుద్దాము. ఆవ్యక్తి ఇప్పుడు చిత్రము 1Bని చూచును. నలుపు రంగులోని చతురస్రములో ఏమార్పు కనబడదు ఈ త్రిప్పడమువలన. కాని రంగుల అమరిక మాఱుతాయి రంగుల చతురస్రములో. అది చాలు ఏమి జరిగినదో అనే విషయము తెలిసికొనుటకు. సౌష్ఠవములో రంగులతో సౌష్ఠవము ప్రత్యేకమైన వేఱొక అంశము. సామాన్యముగా అన్ని వస్తువులు నలుపు-తెలుపు అనియే అనుకోవాలి. అప్పుడు ఈ 90 డిగ్రీల త్రిప్పుడు వస్తువు అమరికను మార్చదు. ఇది సౌష్ఠవపు ప్రాథమిక సిద్ధాంతము. బహు రూపములలో ఒక వస్తుప్రదర్శనము వీలైతే అది సౌష్ఠవమునకు లొంగుతుంది అని అర్థము. ఈ అమరికలు ఎక్కువగా ఉంటే దాని సౌష్ఠవాంకము (degree of symmetry) ఎక్కువ. తక్కువైతే అది తక్కువ. ఏమియు లేకపోతే (ఉదా. అసమానమైన భుజములతో ఉండే త్రిభుజము) దానికి సౌష్ఠవము శూన్యము. జనబాహుళ్యము సులువుగా అర్థము చేసికొనుటకోసము ఈ వివరణము.



జేమ్స్ న్యూమన్ (James Newman) ఒక గొప్ప గణితశాస్త్రవేత్త. అతడు 1956 ప్రాంతములో "The World of Mathematics" అని పేరు గల నాలుగు సంపుటముల ఒక బృహద్గ్రంథమును రచించెను. అందులో సౌష్ఠవమును గుఱించి క్రింది విధముగా చెప్పియున్నాడు:

Symmetry establishes a ridiculous and wonderful cousinship between objects, phenomena and theories outwardly unrelated: terrestrial magnetism, women's veils, polarized light, natural selection, the theory of groups, invariants and transformations, the work habits of bees in the hive, the structure of space, vase designs, quantum physics, scarabs, flower petals, X-ray interference patterns, cell division in sea urchins, equilibrium positions of crystals, Romanesque cathedrals, snowflakes, music, the theory of relativity.

పైవాక్యమును చదివితే ఒక విషయము మాత్రము మనకు అర్థమవుతుంది. అదేమంటే సౌష్ఠవము లేని చోటు ప్రకృతిలోగాని, విజ్ఞానశాస్త్రములోగాని లేదంటే అది అతిశయోక్తికాదు. కొన్ని ఉదాహరణములను తీసికొందామా? నేను అమెరికాలో ఉన్నాను, నా స్నేహితుడు భారతదేశములో ఉన్నాడు. మేమిద్దరము ఒక చిన్న ఱాయిని ఎగరవేసినాము. అది కొద్ది దూరము ఎగిరి క్రింద పడినది. ఈ

ఎగరడము, క్రిందపడడములో ఉండే భౌతిక సిద్ధాంతము, గురుత్వాకర్షణ సిద్ధాంతము అక్కడ హైదరాబాదులో ఇక్కడ ఫ్రెడరిక్ లో ఒక్కటే. ఇందులో ఒక సౌష్ఠవము ఉన్నది. అదేమంటే జాయి ఎత్తుగా ఉన్నప్పుడు దాని potential energy అనగా ఆ జాయిని నిలువ జేయగలిగిన శక్తి ఎక్కువగా ఉంటుంది. దాని kinetic energy అనగా చలన శక్తి శూన్యము. ఆ జాయి నేలమీద పడినప్పుడు దాని potential energy శూన్యము, kinetic energy ఎక్కువ. ఈరెండింటి మొత్తము ఎప్పుడు ఒక్కటే. దీనిని principle of conservation of energy లేక శక్తి నిత్యత్వము అంటారు. ఇందులోని సౌష్ఠవమును time-translation లేక కాల-పరివర్తనము అంటారు. అనగా భౌతిక సిద్ధాంతములు మౌలికముగా అన్ని చోటులలో ఒక్కటే.

మేమిద్దరము ఒకే mass లేక ద్రవ్యరాశి కలిగిన నాణెమును తీసికొన్నామనుకొనండి. అప్పుడు velocity లేక వేగము ఒక్కటయితే దాని momentum (mass x velocity) లేక ద్రవ్య వేగము ఒక్కటే. ఈ momentum ఒక్కటయితే ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము (conservation of linear momentum) లోని సౌష్ఠవము space-translation లేక స్థల-పరివర్తనము అంటారు. ఇది కూడ భౌతిక సిద్ధాంతములు అన్ని చోటులలో భూమియైనను, చంద్రమండలమైనను ఒకటిగానే వర్తిస్తాయి అని తెలుపుతుంది.

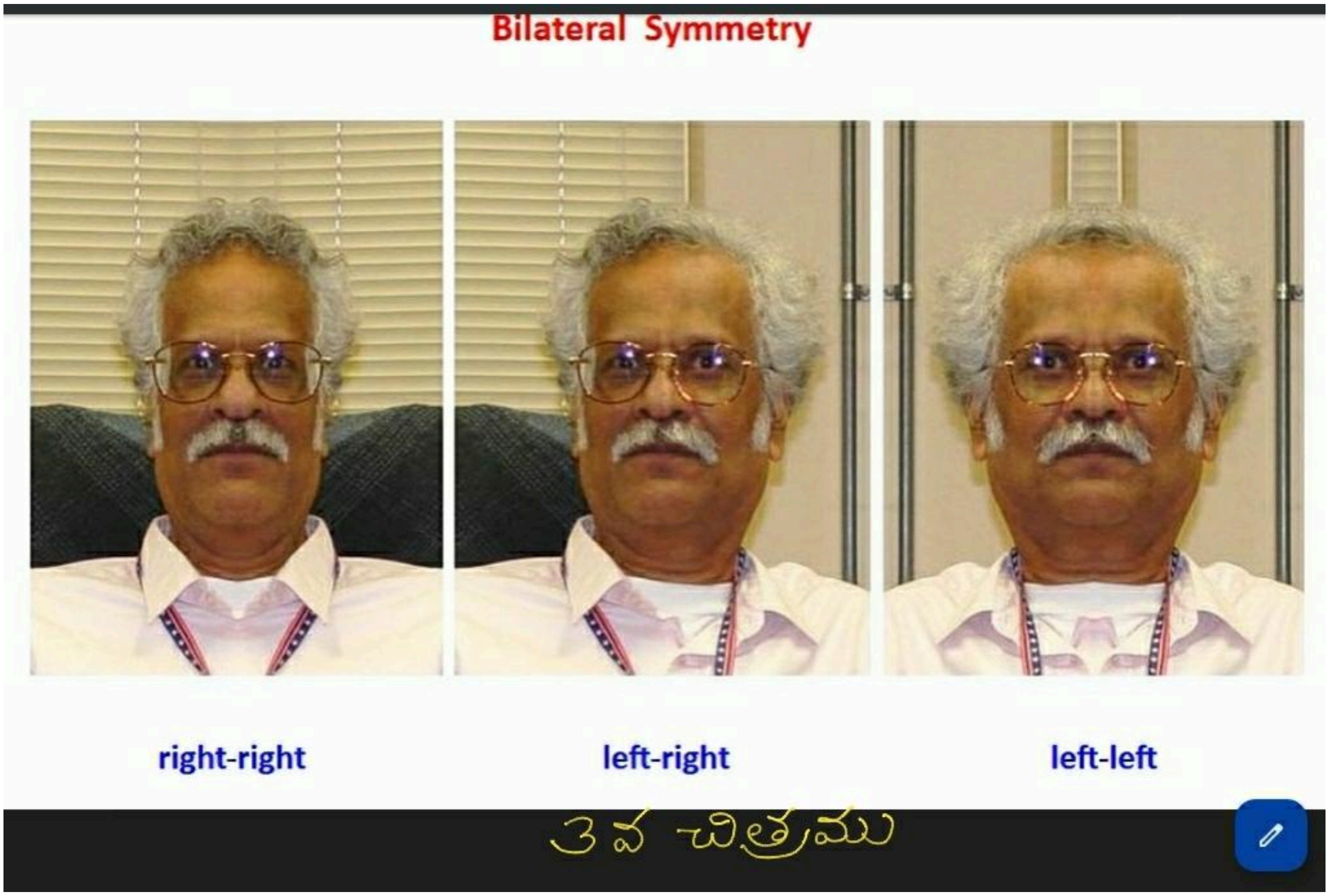
ప్రత్యేక సాపేక్ష సిద్ధాంతములో (special theory of relativity) జరుగుతున్న లేక కదలుతున్న చట్రములలో (frames of reference) భౌతిక సిద్ధాంతములు మారవు. ఇక్కడ కాంతివేగము మారకుండా ఉంటుంది. ఇది కూడ సౌష్ఠవమే.

మంచు పడుతుంటే అందముగా ఉంటుంది. కాని ఈ మంచు కణములు అన్నియు స్ఫటిక రూపాలే, అవి అన్నియు షడ్భుజ సౌష్ఠవముతో ఉంటాయి. విల్సన్ బెంట్లీ (Wilson Bentley) ఈ మంచు స్ఫటికాల 5000 ఛాయాచిత్రాలను శ్రమకోర్చి వంద ఏండ్లకుముందు తను నిర్మించిన cameraతో తీసినాడు. వీటిని నేడు కూడ Smithsoniam Museumలో దర్శించ వీలగును. ఆసక్తిగలవారు ఈ websiteను దర్శించండి: https://snowflakebentley.com/

తీయని తేనె అంటే అందఱు ఇష్టపడుతారు. తమ భాషనే తీయతేనియ అంటారు. కాని ఆతేనెపట్టులను చూస్తే అవి షడ్భుజాకారములోని గదులతో నిండి ఉంటాయి (చిత్రము 2 ఎడమవైపు). ఇలా సౌష్ఠవమునకు ఎన్నియో ఉదాహరణములను చెప్పవచ్చును. పోతన చక్రి గుఱించి చెప్పినట్లు మనము సౌష్ఠవమును గుఱించి ఇలా చెప్పవచ్చును:

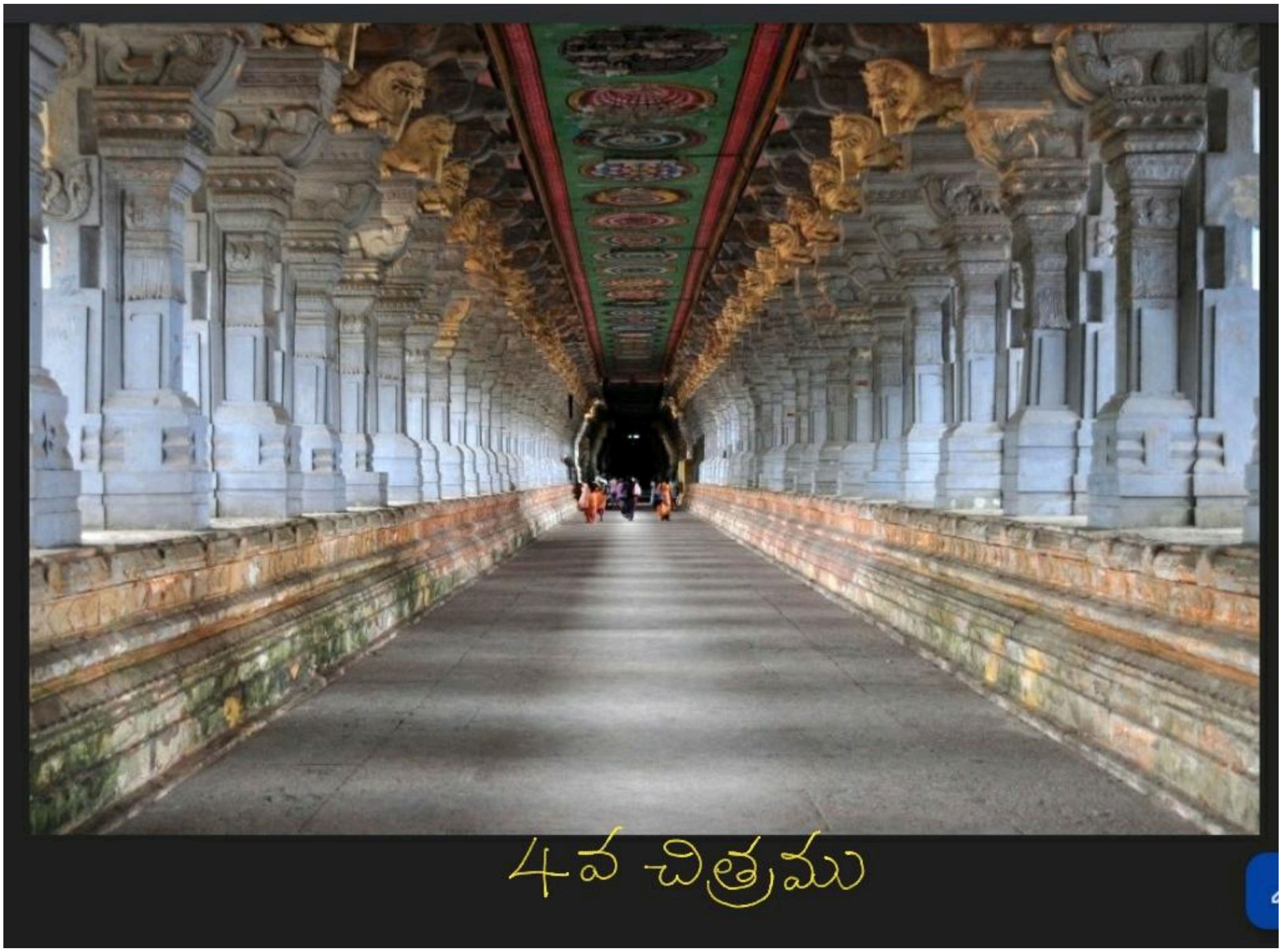
కం. ఇందు గల దందు లేదని
సందేహము వలదు నిజము సౌష్ఠవము సదా
యెందెందు వెదకి చూచిన
నందందే గలదు గాదె యవనిం గనఁగా

ద్విపార్శ్విక సాదృశ్యము: A thing of beauty is a joy forever! (Opening line of Endymion written by John Keats – 1818). దీనినే మనము తెలుగులో అందమె ఆనందము అని చెప్పవచ్చును. ఈ అందము అనే భావన వ్యక్తిగతమైనది. ఒక్కొక్కరికి ఒక్కొక్కటి అందముగా నుండవచ్చును. కాని సౌష్ఠవముతో నిండిన వస్తువు అందమునకు ప్రతిబింబమే. సౌష్ఠవభరితమైన వస్తువులో కొన్ని ఆకృతులు పదేపదే మనకు దర్శనమిస్తాయి. ఈ ఆకృతుల అమరికలు నిక్కచ్చిగా నుండవచ్చును లేకపోతే ఇంచుమించుగా నుండవచ్చును. ఉదాహరణముగా ఎన్నియో జంతువులలో (పులి, సింహము, కుక్క), మనుష్యులలో కుడి ఎడమలకు దర్పణ సాదృశ్యము గలదు. క్రింద 3వ చిత్రములో దీనిని గమనించండి. దీనిని ద్విపార్శ్విక సాదృశ్యము (bilateral symmetry) అంటారు. ఈచిత్రములో మధ్య భాగములో ఉండేది అసలైన ఛాయారూపము. బొమ్మ కుడి భాగములతో (అనగా మనకు కనబడే ఎడమవైపు) ఒక చిత్రమును కల్పిస్తే అది ఈచిత్రములోని ఎడమవైపు చిత్రమువలె ఉంటుంది. అదే విధముగా బొమ్మ ఎడమభాగములతో (మనకు కనబడే కుడి భాగములతో) ఒక చిత్రమును కల్పిస్తే అది చిత్రములోని కుడివైపు చిత్రమువలె ఉంటుంది. ఏచిత్రమును ఇస్తే కూడ మనిషిని పోల్చుకోగలము. దానికి కారణము ఆకృతిలోని కుడి ఎడమల అమరికలు దాదాపు ఒకే విధముగా ఉండడము వలన.



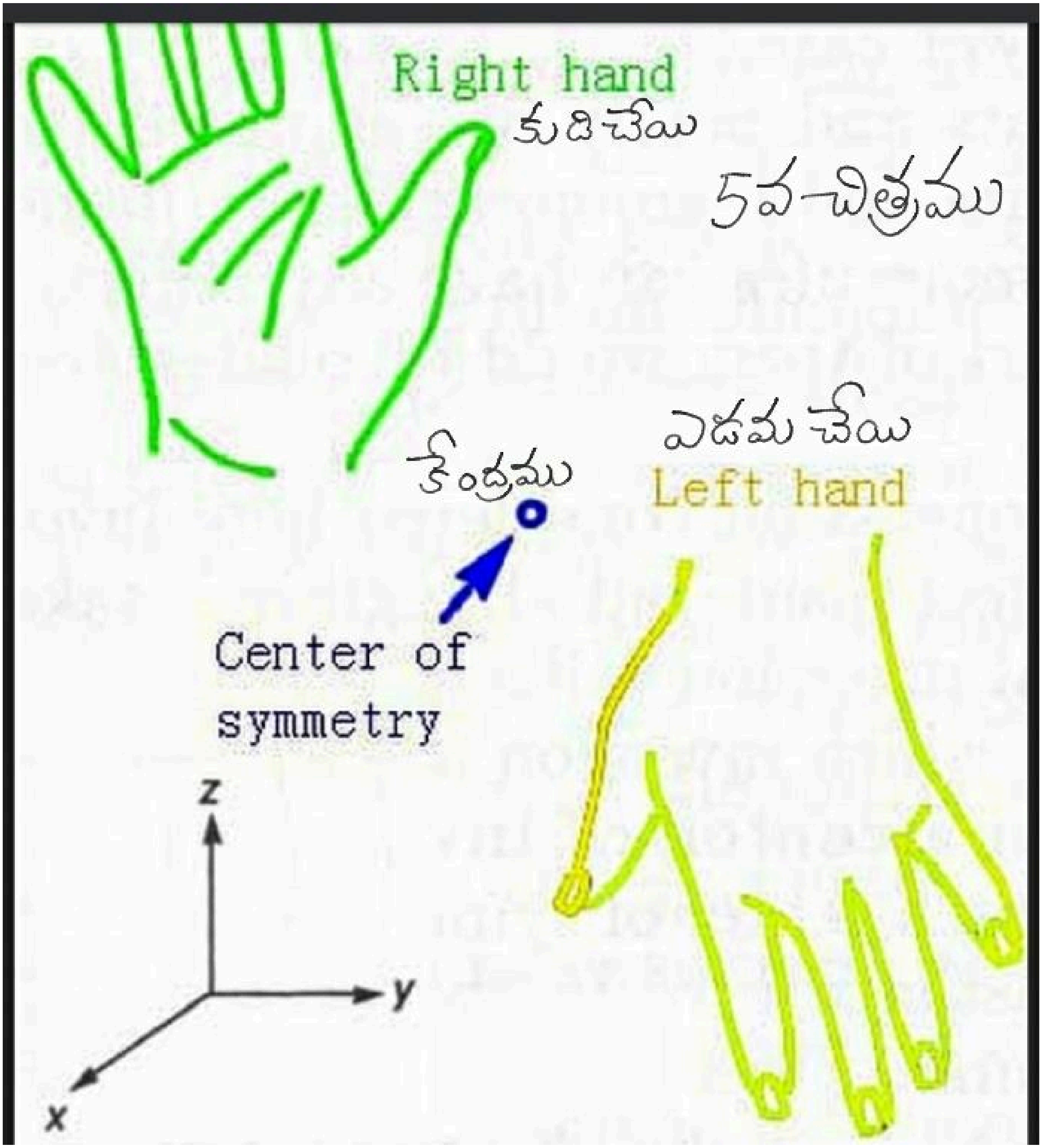
ఈ పరిచయ వ్యాసములో మనము నిత్య జీవితములో మన ఇంటిలో, మన చుట్టు ఉండే నైసర్గిక ప్రకృతిలో చూచే దృశ్యములలో కనబడే కొన్నింటిని ఉదాహరణములుగా ఇస్తున్నాను. జ్యామితీయమైన సౌష్ఠవమును (geometric symmetry) గుఱించి మాత్రమే ఇక్కడ చర్చిస్తాను నేను. ఈసౌష్ఠవము రెండు విధములు, అవి: చలనశీల సౌష్ఠవము (dynamic symmetry) మఱియు స్థిరమైన సౌష్ఠవము (static symmetry). ఎక్కడెక్కడ పెఱుగుదల, వృద్ధి ఉంటుందో, అక్కడ చలనశీల సౌష్ఠవము మనకు గోచరమవుతుంది, ఉదా. పూల రేకుల అమరిక, సముద్రములోని పెద్ద అలలు, వాతావరణములో తుఫానుల సర్పిలములు, సీతాఫలము ఉపరితలములో కనిపించే నల్లని ఉబుకులు, ఇత్యాదులు. ఈ పెఱుగుదలకు ఫిబొనాచ్చి లేక విరహాంక-హేమచంద్ర సంఖ్యలకు [0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89, … $N_{(n+3)} = N_{(n+2)} + N_{(n+1)}$] ఒక అవినాభావ సంబంధము ఉన్నది. దీనిని మఱెప్పుడైనా చర్చిద్దాము.

స్థలాంతర పరివర్తనము: స్థిరమైన లేక అచలమైన అనగా కదలిక లేని సౌష్ఠవము జ్యామితితో (geometry) సంబంధించినది. సౌష్ఠవము పూర్తిగా స్థలాంతర పరివర్తనకు సంబంధించినది అయినప్పుడు, దానిని translational symmetry అంటారు. ఇందులో ఒక నియమితమైన దూరము లేక ఎడము (spacial distance) ఉంటుంది. ఉదాహరణముగా ఒక దేవాలయములోని స్తంభములను తీసికొంటే, అవి పది అడుగుల దూరములో మళ్లీ మళ్లీ కనబడ వచ్చును. దీనిని చిత్రము 4లో చూడ వీలగును. ఇది రామేశ్వరమునందలి ఒక ప్రాకారము.



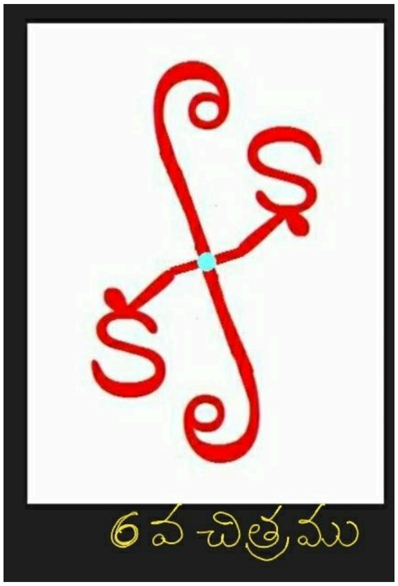
4వ చిత్రము

విలోమత: విలోమత (inversion) ఒక బిందువు ద్వారా జరుగుతుంది. ఈబిందువును విలోమ కేంద్రము (inversion center) అంటారు. బిందువుకు పరిమాణము శూన్యము (zero dimension). ఇది ఎలా సాధ్యము అనే విషయము చిత్రము 5లో గమనించండి. ఒక చేయి విలోమ కేంద్రము ద్వారా మఱియొక చేయి రూపము దాల్చడము ఇక్కడ గమనించండి.



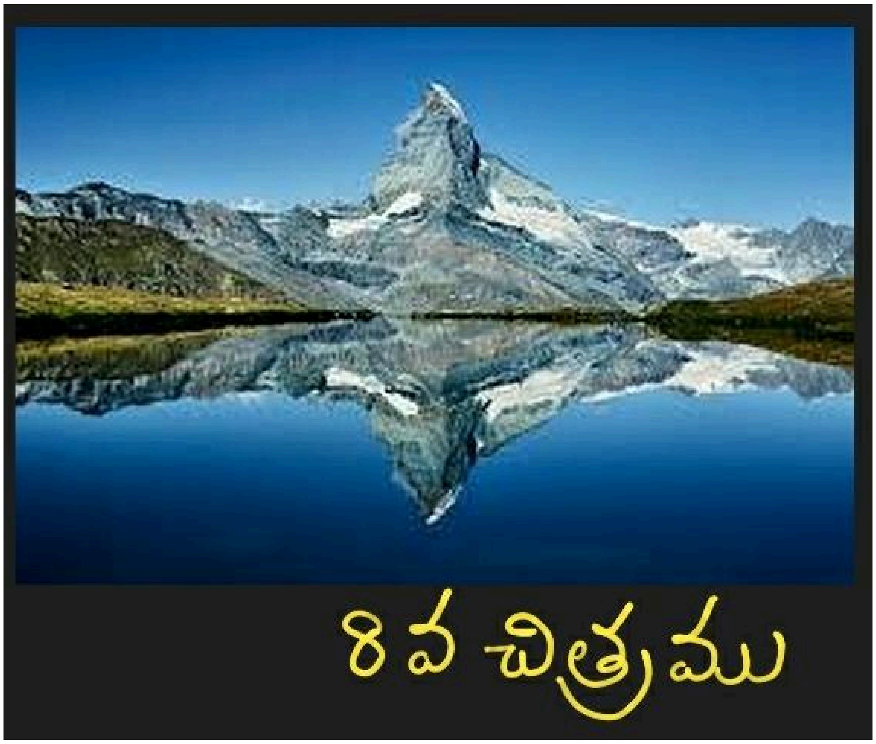
భ్రమణము: భ్రమణమునకు (rotation) ఒక అక్షము (axis) ఉండాలి. భ్రమణపు పరిమాణము ఒకటి (one dimensional). వస్తువు ఉండే ఉపరితలమునకు (plane) ఈ అక్షము లంబముగా (perpendicular to the plane) ఉండ వచ్చును లేక ఈ అక్షము ఆఉపరితలములోనే (in the plane) ఉండవచ్చును. ఈఅక్షమును ఒక కోణము ద్వారా తిప్పాలి. ఆకోణపు విలువ 360 డిగ్రీలను విభజించాలి. అనగా ఈ భ్రమణ కోణము (angle of rotation) 180, 120, 90, 72, 60, 51.43, 45, 40, ఇత్యాదులు. ఉదాహరణముగా చిత్రము 6లో క్ర అక్షరము 180 డిగ్రీల భ్రమణముతో తిప్పబడినది. అక్షము క్ర అక్షరముల ఉపరితలమునకు లంబముగా ఉంటుంది. చిత్రము 7లో పూల రేకుల అమరికలు చూపబడినవి. పై వరుసలో భ్రమణ కోణపు విలువలు వరుసగా ఎడమనుండి 180, 120, 90

డిగ్రీలు. క్రింది వరుసలో అవి 72, 72 (బెండకాయ), 60 డిగ్రీలు. వీటి అన్నిటికి భ్రమణాక్షము (axis of rotation) ఉపరితలమునకు లంబముగా ఉంటుంది.


6 వ చిత్రము

7వ చిత్రము

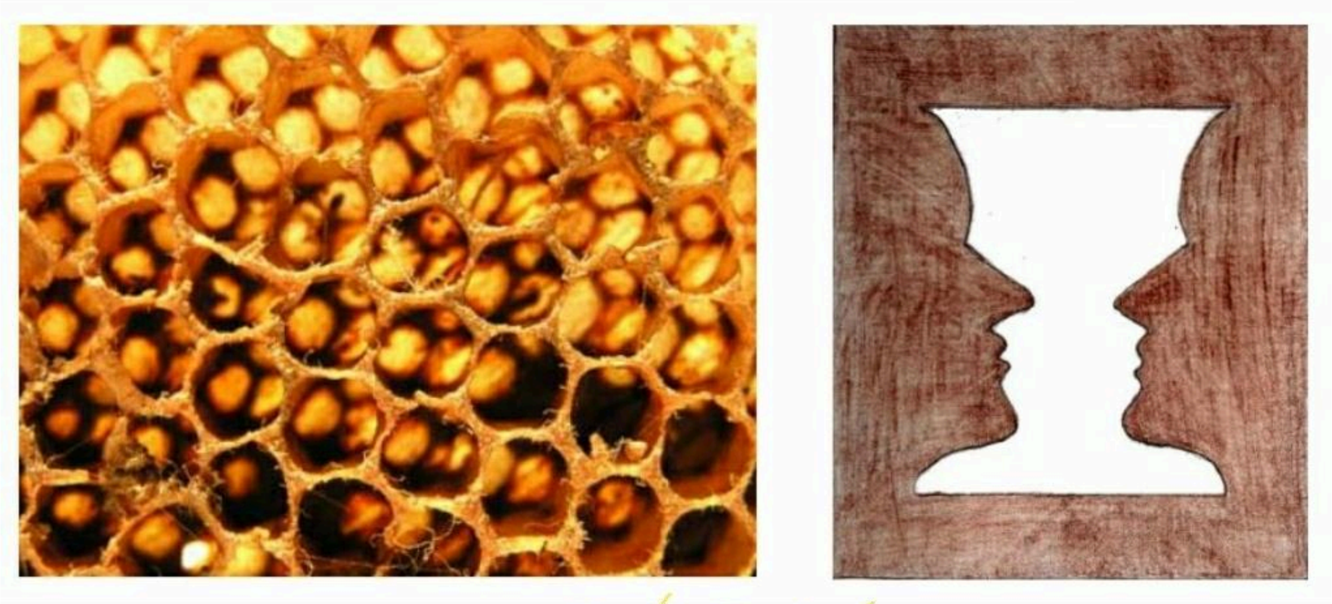
దర్పణ సాదృశ్యము: ఇందులో ఒక వస్తువునకు బింబ ప్రతిబింబములు ఉంటాయి. ఈ అద్దపు పరిమాణము రెండు (two dimensional). ఈ అద్దము లంబముగా (vertical) లేక అడ్డముగా (horizontal) ఉండవచ్చును. వస్తువులోనే కూడ ఈ అద్దము ఉండ వచ్చును. ఇక్కడ ఒక ముఖ్యమైన విషయమును గుర్తులో ఉంచుకోవాలి. మనము ఉపయోగించే అద్దములలోని చిత్రములు నిజమైనవి (real images) కావు. అవి ఊహాజనకము (imaginary). కాని దర్పణ సాదృశ్యము ద్వారా జనించినవి వస్తువువలెనే నిజమైనవి. చిత్రము 8లో ఒక కొండ దాని ప్రతిబింబము నీటిలో. మూడవ చిత్రములోని బింబప్రతిబింబములు నిజమైనవి. ఇది ఎనిమిదవ చిత్రమునందలి కొండ, దాని ప్రతిబింబమువంటిది కాదు.


8 వ చిత్రము

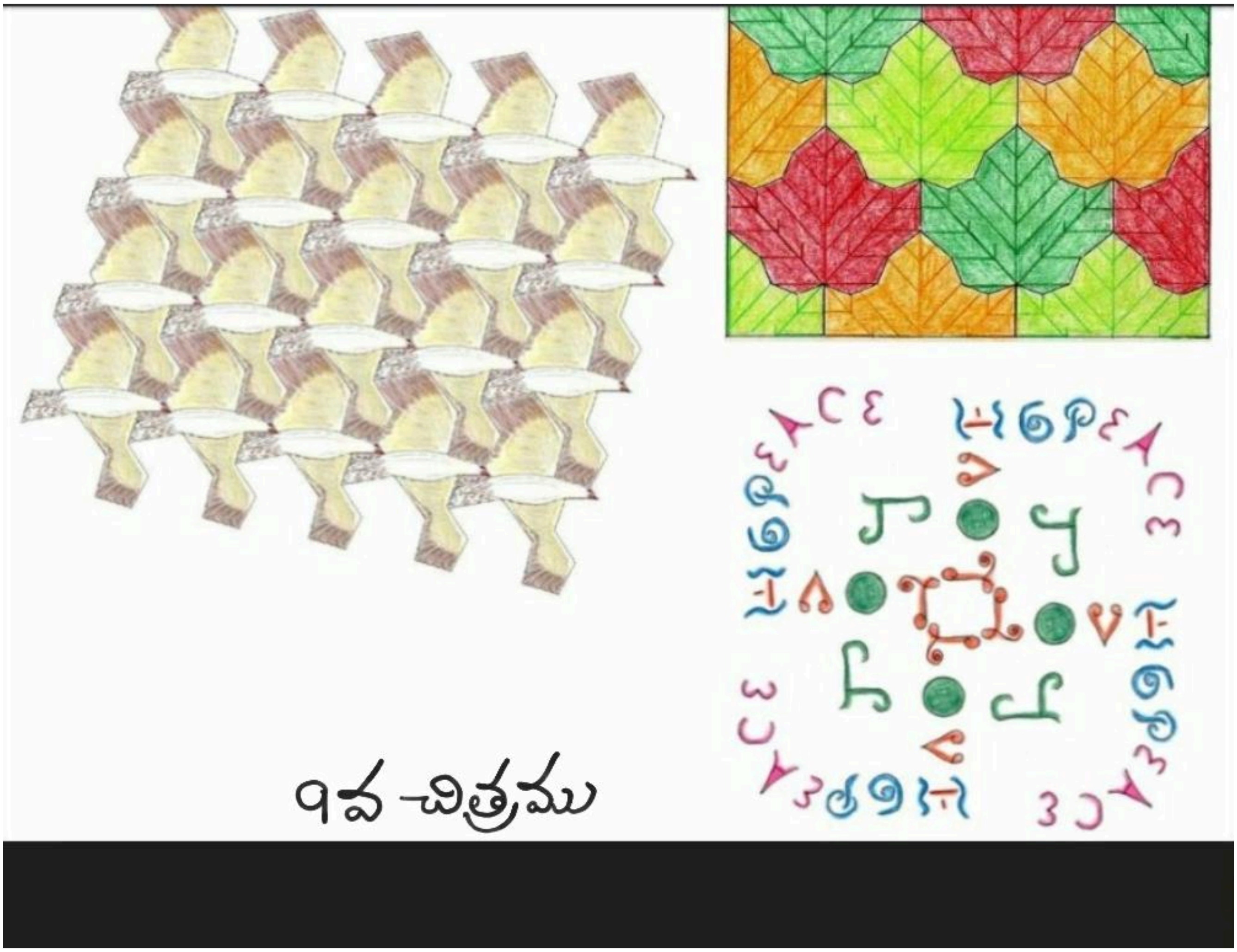
కుడి ఎడమల మార్పు: విలోమ (inversion), దర్పణ (mirror) సాదృశ్యములలో వస్తువులకు బింబ ప్రతిబింబములు ఉంటాయి. అనగా అవి కుడి ఎడమల మార్పు చెందుతుంది. కాని భ్రమణ సాదృశ్యములో (rotation) అది మారదు.

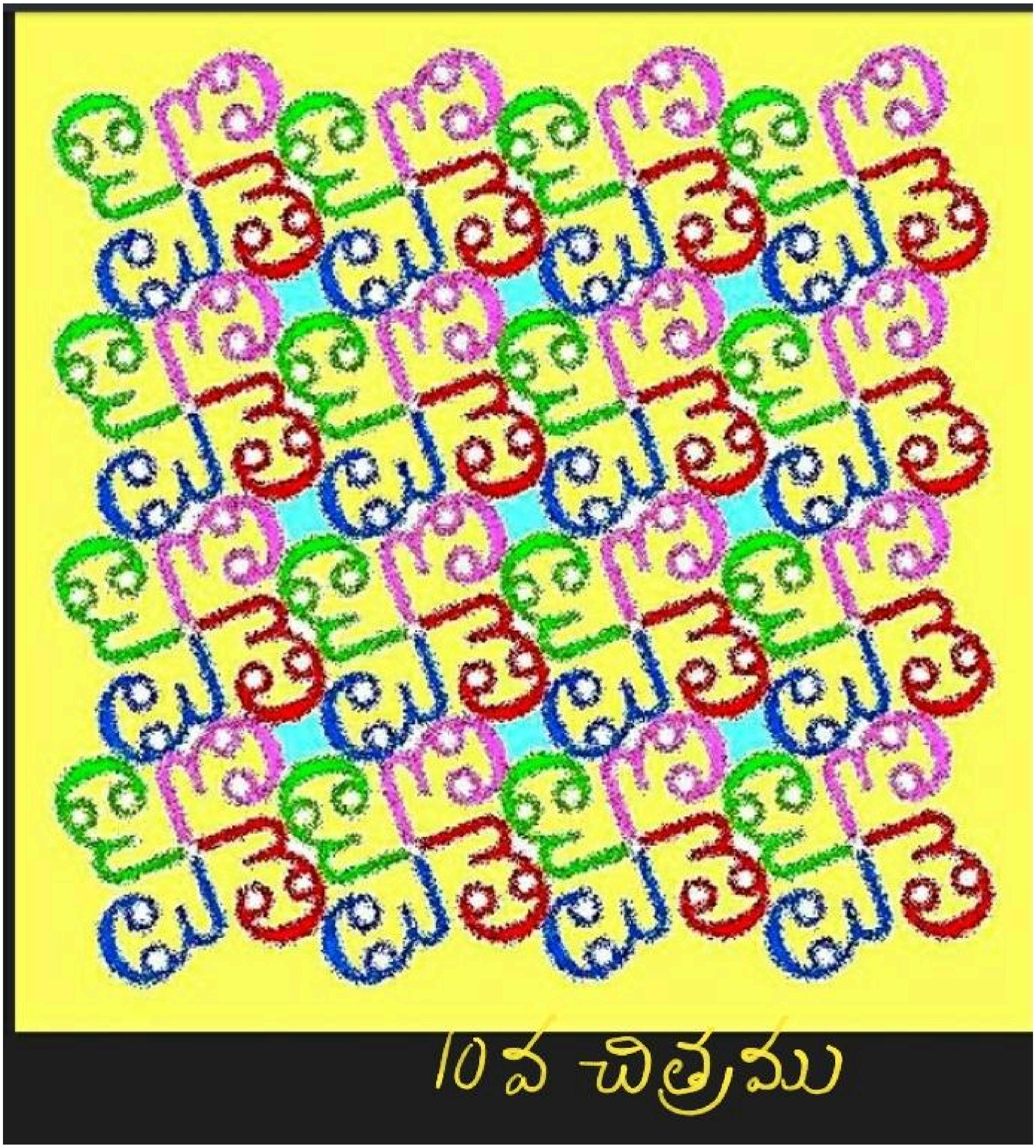
Translation సౌష్ఠవమును భ్రమణ, దర్పణ సాదృశ్యములతో కలిపినప్పుడు మనకు మరచుట్టు (screw), జారుబాటు (glide) లభిస్తాయి. వీటిని గురించి తరువాత తెలిసికొందాము.

క్రింద మనము దైనందినము ఇంట బయట ఎదుర్కొనే కొన్ని సౌష్ఠవ చిత్రములను మీకు పరిచయము చేస్తాను.అవి చిత్రము 2B, చిత్రము 9, చిత్రము 10 వాటిలోని సౌష్ఠవమును మీరు గుర్తించండి. జవాబును తరువాతి వ్యాసములో తెలియజేస్తాను.



2వ చిత్రము


౧వ చిత్రము



10వ చిత్రము

***